องค์ความรู้

เรื่อง

ระบบโปรแกรมคณิตศาสตร์สำหรับการจัดการทรัพยากรป่าไม้

Mathematic Programming for Forest Resources Management

เทคนิคกำหนดการเชิงเป้าประสงค์ (Goal Programming: GP)

โดย

นายณรงค์ชัย ชลภาพ

เสนอ

คณะทำงานการจัดการองค์ความรู้

สำนักนวัตกรรมไม้เศรษฐกิจ องค์การอุตสาหกรรมป่าไม้

ประจำปี 2559

หลักและวิธีการของเทคนิคกำหนดการเชิงเป้าประสงค์ (Goal programming)

การโปรแกรมเชิงเป้าหมาย เป็นส่วนที่ปรับปรุงและขยายผลมาจากการโปรแกรมเชิงเส้น ที่ต้องระบุค่าเป้าหมายที่ต้องการ วิธีการของการโปรแกรมเชิงเป้าหมายจะพิจารณาหลายวัตถุประสงค์ไปพร้อม ๆ กัน กล่าวคือ การโปรแกรมเชิงเป้าหมายเป็นเทคนิคซึ่งสามารถใช้กับปัญหาที่มีเป้าหมายเดียว แต่มีเป้าหมายย่อยหลายเป้าหมาย นอกจากนี้ สามารถใช้ได้กับปัญหาที่มีหน่วยวัดแตกต่างกัน เช่น เป้าหมายหนึ่งมีหน่วยวัดเป็นบาท ขณะที่อีกเป้าหมายหนึ่ง หน่วยวัดเป็นชั่วโมง สำหรับการจัดการปัญหาที่มีมากกว่าหนึ่งวัตถุประสงค์ แต่วัตถุประสงค์เหล่านี้มีความขัดแย้งกัน กล่าวคือ ผลเฉลยของปัญหาหนึ่ง การบรรลุเป้าหมายหนึ่ง แต่อาจทำให้เกิดข้อด้อยในอีกเป้าหมายหนึ่ง ยิ่งไปกว่านั้น เป้าหมายเหล่านี้อาจไม่สามารถชดเชยกันได้ ดังนั้น ผลเฉลยของปัญหาในลักษณะนี้ต้องมีการสร้างระดับชั้นความสำคัญของเป้าหมายต่าง ๆ โดยเป้าหมายที่มีระดับสูงจะถูกนำมาพิจารณาก่อน เมื่อได้ผลเฉลยเหมาะสมสำหรับเป้าหมายในระดับสูงแล้ว จึงเพิ่มเป้าหมายในระดับรองลงมาเพื่อเลือกผลเฉลยเหมาะสมที่สุด ถ้าสามารถทำให้จัดลำดับของเป้าหมายโดยพิจารณาลำดับที่ของความสำคัญหรือผลประโยชน์กับองค์กร และพยายามแปลง หรือเทียบเคียงเป้าหมายเหล่านี้ให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกัน ปัญหาในลักษณะนี้ก็สามารถแก้ได้ โดยใช้การโปรแกรมเชิงเป้าหมายเช่นกัน

ลักษณะของเป้าหมายสามารถแบ่งได้เป็น 3 ประเภท (Lee,1972) คือ

1. เป้าหมายขอบล่าง (Lower, one-sided goal) เป้าหมายลักษณะนี้จะกำหนดขอบเขตล่าง (Lower limit) ที่ผู้ตัดสินใจไม่ต้องการให้เป้าหมายต่ำกว่าขอบเขตล่าง เช่น ผลกำไรจากการขายจะต้องไม่น้อยกว่า 500,000 บาท เป็นต้น

2. เป้าหมายขอบบน (Upper, one-sided goal) เป้าหมายลักษณะนี้จะกำหนดขอบเขตบน (Upper limit) ที่ผู้ตัดสินใจไม่ต้องการให้เป้าหมายสูงกว่าขอบเขตบน เช่น ชั่วโมงการทำงานล่วงเวลา (Over time) ต้องไม่เกิน 30 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นต้น

3. เป้าหมายสองด้าน (Two-sided goal) เป้าหมายลักษณะนี้จะกำหนดค่าเป้าหมาย (Target value) ซึ่งผู้ตัดสินใจไม่ต้องการให้ผิดพลาดจากค่าเป้าหมายทั้งในด้านต่ำกว่าหรือสูงกว่าค่าเป้าหมาย เช่น งบประมาณที่ใช้ในการโฆษณาประชาสัมพันธ์งานนิทรรศการให้อยู่ที่ 300,000 บาท เป็นต้น

หลักการของการโปรแกรมเชิงเป้าหมายนั้นคล้ายกับการโปรแกรมเชิงเส้น กล่าวคือ มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์และข้อจำกัดต่าง ๆ โดยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการโปรแกรมเชิงเป้าหมายจะไม่มีตัวแปรตัดสินใจปรากฏอยู่ แต่จะมีตัวแปรความเบี่ยงเบน (Deviational variable) ซึ่งเป็นค่าที่เบี่ยงเบนไปจากเป้าหมาย สำหรับเป้าหมายใด ๆ จะมีตัวแปรความเบี่ยงเบน 2 ตัวแปร คือ ตัวแปรความเบี่ยงเบนทางบวก (Positive deviation) และตัวแปรความเบี่ยงเบนทางลบ (Negative deviation) ดังนั้น ฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะเป็นการหาค่าต่ำสุดของผลรวมความเบี่ยงเบนจากเป้าหมายต่าง ๆ ขึ้นอยู่กับความสำคัญและระดับชั้นความสำคัญที่กำหนด

การสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์

การโปรแกรมเชิงเป้าหมาย เป็นตัวแบบเชิงเส้นทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพยายามหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุด เพื่อให้บรรลุเป้าหมายต่าง ๆ ภายใต้ข้อจำกัดหรือเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจ ซึ่งเงื่อนไขหรือข้อจำกัดนี้จะมีความสัมพันธ์ของตัวแปรตัดสินใจต่าง ๆ

ให้ x1, x2,K, xn แทนตัวแปรตัดสินใจ ให้เป้าหมายของปัญหาแทนด้วยฟังก์ชัน f คือ

$$f(x1, x2,K, xn) = a1x1 + a2x2 + K + anxn = b \qquad (1)$$

ให้ x เป็นเวคเตอร์คอลัมน์ขนาด n×1 ที่ประกอบด้วย x1, x2,K, xn และ a แทนเวคเตอร์แถวขนาด 1× n ประกอบด้วย a1, a2,K, an จาก (1) จะได้

$$ax = b \qquad (2)$$

ถ้าการโปรแกรมเชิงเป้าหมายนำมาใช้กับ (2) จะได้

ค่าต่ำสุด $z = d- + d+$

ข้อจำกัด $ax + d- - d+ = b$

$x, d-, d+ \geq 0$

เมื่อ x เป็นตัวแปรตัดสินใจที่มีค่าไม่เป็นลบและ d- และ d+ แทนตัวแปรความเบี่ยงเบนจากเป้าหมาย d- ถือเป็นตัวแปรส่วนขาด ซึ่งจะมีค่ามากกว่าศูนย์ถ้าผลรวมของ ax น้อยกว่าเป้าหมาย (b) ส่วน d+ ถือเป็นตัวแปรส่วนเกินซึ่งจะมีค่ามากกว่าศูนย์ถ้าผลรวมของ ax มากกว่าเป้าหมาย ถ้าข้อจำกัดของปัญหาทำให้มีผลเฉลยที่เป็นไปได้แล้ว ฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะพยายามที่จะทำให้ d+ และ d- มีค่าเป็นศูนย์ ถ้า d- และ d+ มีค่าเป็นศูนย์ แล้วทำให้เราสามารถบรรลุค่าเป้าหมาย (Target value) ซึ่งมีค่าเท่ากับ b ได้

นอกจากข้อจำกัดซึ่งเป็นเป้าหมายของปัญหาที่เราต้องการทำให้ได้ค่าใกล้เคียงกับเป้าหมายแล้ว ยังมีข้อจำกัดของปัญหาที่เป็นเงื่อนไขหรือข้อจำกัดจากสภาวะแวดล้อมเพิ่มเติมเช่น ปริมาณวัตถุดิบที่ใช้ต้องไม่เกินกว่าปริมาณที่มีอยู่ในคลัง เป็นต้น แต่ข้อจำกัดนี้มิได้เป็นเป้าหมายที่ต้องให้ปริมาณการใช้วัตถุดิบให้ใกล้เคียงกับจำนวนวัตถุดิบที่มีอยู่ ข้อจำกัดประเภทนี้ จะเรียกว่า ข้อจำกัดเป้าหมายย่อย (Subgoal constraint) ซึ่งเราสามารถสร้างตัวแปรข้อจำกัด เช่นเดียวกับข้อจำกัดของตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้น

ระดับความสำคัญของเป้าหมาย

ในกรณีที่ปัญหามีเป้าหมายมากกว่าหนึ่งเป้าหมาย เราจะต้องพิจารณาระดับความสำคัญของเป้าหมายเหล่านี้ เนื่องจากปัญหาส่วนใหญ่มักไม่พบผลเฉลยที่ทำให้บรรลุเป้าหมายทุกประการขององค์กร ผลเฉลยหนึ่ง

อาจทำให้บรรลุเป้าหมายประการที่หนึ่ง แต่ไม่อาจทำให้บรรลุเป้าหมายที่เหลือขององค์กร ขณะที่มีผลเฉลยอื่นที่บรรลุเป้าหมายที่เหลือได้ดีกว่า องค์กรจะเลือกผลเฉลยนี้ถ้าเป้าหมายประการที่หนึ่งมีระดับความสำคัญสูงสุด ในทางตรงกันข้าม ถ้าเป้าหมายอื่นมีระดับความสำคัญสูงกว่าเป้าหมายที่หนึ่ง ผลเฉลยนี้จะไม่ได้รับเลือก ดังนั้น องค์กรจึงต้องกำหนดระดับความสำคัญ (Priority level) ของเป้าหมายต่าง ๆ (Lapin,1991; Hiller, 1995)

การถ่วงน้ำหนักเป้าหมาย

สำหรับปัญหาที่มีมากกว่าหนึ่งเป้าหมายที่มีระดับความสำคัญเท่ากัน ทำให้เราสามารถถ่วงน้ำหนัก (Weighted) เป้าหมายต่าง ๆ จนกระทั่งเป้าหมายที่ถ่วงน้ำหนักนี้สามารถนำมารวมกันได้ ดังนั้น ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการโปรแกรมเชิงเป้าหมาย จะกลายเป็นผลรวมแบบถ่วงน้ำหนักของความเบี่ยงเบนของเป้าหมาย

แม้วิธีการถ่วงน้ำหนักเป้าหมายจะเป็นวิธีที่ง่าย ทำให้เราสามารถแก้ปัญหาการโปรแกรมเชิงเป้าหมายด้วยฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพียง 1 วัตถุประสงค์ อย่างไรก็ตาม ข้อเสียของวิธีนี้มี 2 ประการคือ (1) วิธีสามารถใช้ได้กับทุกเป้าหมายที่มีหน่วยวัดเดียวกัน เช่น เป็นจำนวนเงินเหมือนกัน ถ้าหน่วยวัดของเป้าหมายต่างกัน ทำให้ยากแก่การกำหนดค่าถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสม เนื่องจากตัวแปรความเบี่ยงเบนแต่ละตัวมีหน่วยวัดที่ต่างกัน (2) ถึงแม้หน่วยวัดจะเป็นหน่วยเดียวกัน แต่เราอาจกำหนดค่าถ่วงน้ำหนักได้ยาก เนื่องจากลักษณะของกิจกรรม ตัวอย่างเช่น เป้าหมายให้ชั่วโมงแรงงานล่วงเวลาของพนักงานแผนกผลิตเป็น 2 เท่าของชั่วโมงแรงงานล่วงเวลาของพนักงานธุรการ หรือเป้าหมายยอดขายสินค้าทุกประเภทของบริษัท มีค่าถ่วงน้ำหนักเป็น 3 เท่าของเป้าหมายยอดขายของสินค้า A เป็นต้น ซึ่งการกำหนดค่าถ่วงน้ำหนักนี้จะส่งผลต่อผลเฉลยเหมาะสมที่สุด ว่าจะมีค่าของกิจกรรมใดสูง และกิจกรรมใดต่ำ (Balakrishman, Render and Stair, 2007)

การใช้ประโยชน์เทคนิคในการวิเคราะห์ปัญหา

ตามที่ได้กล่าวถึงหลักและวิธีการของเทคนิคกำหนดการเชิงเป้าประสงค์ไปแล้วข้างต้น สามารถนำไปใช้ประโยชน์ต่อการวางแผน หรือแก้ปัญหาที่มีหลายวัตถุประสงค์ของผู้ประกอบการในเรื่องต่างๆ ดังนี้

1. ปัญหาการวางแผนการผลิต

ในภาคอุตสาหกรรมนั้น องค์กรส่วนใหญ่ต้องการมีการใช้ทรัพยากรให้เกิดประโยชน์สูงสุด และต้องการให้ปริมาณผลผลิตนั้นเพียงพอกับความต้องการของลูกค้า ด้วยเหตุนี้องค์กรจึงมักจะมีนโยบายที่เกี่ยวข้องกับ การจ้างงาน สินค้าคงคลัง การผลิต และการจ้างผู้รับเหมาช่วงดังนั้น จึงมีความจำเป็นที่จะต้องมีการวางแผนการผลิตรวม โดยทั่วไป การวางแผนการผลิตรวม มักจะประสพกับปริมาณความต้องการสินค้าที่เปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ความผันผวนของปริมาณความต้องการนี้ สามารถรองรับได้โดยการใช้นโยบายคือ

1) การปรับขนาดของแรงงาน โดยการจ้างงานใหม่ การทำล่วงเวลา และการให้พนักงานออกจากงาน

2) การปรับระดับสินค้าคงคลัง

3) การปรับระดับผู้รับเหมาช่วง

ในการวางแผนการผลิต อาจพิจารณาว่า ต้นทุนการขาดแคลนสินค้าสูงกว่าต้นทุนในการเปลี่ยนระดับของการจ้างงาน และต้นทุนการเปลี่ยนระดับการจ้างงานสูงกว่าต้นทุนสินค้าคงคลัง ดังนั้น 3 เป้าหมายในการวางแผนคือ ระดับของการผลิต ระดับแรงงาน และระดับสินค้าคงคลัง หากเราใช้การโปรแกรมเชิงเป้าหมายในการแก้ปัญหาก็สามารถกระทำได้ โดยให้เป้าหมายของการวางแผนการผลิตรวม เป็นเป้าหมายแต่ละระดับของการโปรแกรมเชิงเส้น

2. ปัญหาทางการตลาด

การโปรแกรมเชิงเป้าหมาย เป็นเทคนิคที่มีประสิทธิภาพสำหรับการตัดสินใจทางการตลาดต่าง ๆ เช่น การตัดสินใจเกี่ยวกับสินค้าใหม่ การวิจัยตลาด การเลือกสื่อโฆษณา การกำหนดราคาสินค้า การจัดสรรพนักงานขายให้เข้าถึงลูกค้า เป็นต้น

3. ปัญหาด้านการวางแผนทางการแพทย์

เป็นที่ทราบกันโดยทั่วไปว่า ปัจจุบันทุกคนให้ความสนใจเกี่ยวกับการดูแลสุขภาพ ทำให้มีการแข่งขันในธุรกิจการแพทย์สูงขึ้น มีหน่วยงานและธุรกิจด้านนี้มากขึ้น อย่างไรก็ตาม ค่าใช้จ่ายในการรักษาพยาบาลและการดูแลสุขภาพสูงขึ้นมาก ทำให้องค์กรประเภทนี้จะต้องพิจารณาต้นทุนการดำเนินงาน และเงื่อนไขต่าง ๆ ขององค์กร เพื่อจะกำหนดอัตราค่ารักษาพยาบาลที่เหมาะสม ที่จะทำให้องค์กรดำเนินธุรกิจได้บรรลุวัตถุประสงค์ และสามารถแข่งขันกับคู่แข่งได้ องค์กรเหล่านี้ได้แก่ โรงพยาบาล คลินิก ศูนย์สุขภาพ ศูนย์ฟื้นฟูสุขภาพ เป็นต้น Blake and Carter (2002) ได้นำการโปรแกรมเชิงเป้าหมาย เพื่อแก้ปัญหาการจัดสรรคนไข้ให้เพียงพอและเหมาะสมกับความต้องการของแพทย์ ในโรงพยาบาลเมาท์ไซไน (Mount Sinai) ในเมืองโตรอนโต้ (Toronoto) ประเทศแคนาดา ซึ่งตัวแบบมี 2 เป้าหมายที่มีระดับความสำคัญไม่เท่ากัน เป้าหมายระดับที่ 1 เพื่อให้สามารถจัดกลุ่มคนไข้ตามประเภทคนไข้ให้เหมาะสมกับแพทย์ เป้าหมายระดับที่ 2 เพื่อระบุว่าเมื่อกำหนดคนไข้รายหนึ่งให้ แล้วสามารถระบุกลุ่มคนไข้ ได้ใกล้เคียงกับความต้องการของแพทย์ งานวิจัยของ Chu et al.(2000) ได้ใช้ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเป้าหมาย ในการจัดสรรพยาบาลเข้าทำงานในโรงพยาบาล โดยขั้นตอนการศึกษา แบ่งเป็น 2 ขั้นตอนคือ ขั้นตอนที่ 1 เป็นใช้ตัวแบบในการแบ่งคาบเวลาการทำงานของพยาบาลให้มีความเหมาะสม ขั้นตอนที่ 2 เป็นการกำหนดจำนวนพยาบาลที่เหมาะสมในแต่ละคาบเวลา ซึ่งข้อจำกัดของตัวแบบทั้งสองขั้นตอนนี้เหมือนกัน คือ ความต้องการพยาบาลที่ให้บริการในแต่ละชั่วโมง จำนวนชั่วโมงที่พยาบาลทำงาน จำนวนพยาบาลอย่างน้อย 1 คนที่เคาน์เตอร์ลงทะเบียนของแต่ละแผนก และ ต้องมีพยาบาลอย่างน้อย 50% ทำงานในแต่ละศูนย์บริการ

นอกจากปัญหาการโปรแกรมเชิงเป้าหมายสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาการจัดการทางการแพทย์ การตลาด และการผลิตในอุตสาหกรรมแล้ว ยังสามารถช่วยในการจัดการทางการเกษตรและการจัดการน้ำ ดังตัวอย่างงานวิจัยของ Guo and He (1999) นำได้ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเป้าหมายมาช่วยในการตัดสินใจจัดสรรทรัพยากรทางการเกษตรมาช่วยแก้ปัญหาในช่วงฤดูเก็บเกี่ยวและหลังฤดูเก็บเกี่ยว โดยเป้าหมายของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ คือ ลดความสูญเสียข้าวและต้นทุนการผลิตในช่วงเวลาทั้งสอง ส่วน Agha (2006) ได้ประยุกต์ใช้การโปรแกรมเชิงเป้าหมายในการระบุตำแหน่งของบ่อน้ำที่จะสร้างขึ้น โดยมีวัตถุประสงค์ของตัว

แบบคือ ระยะทางรวมระหว่างบ่อน้ำที่ถึงบริเวณถังพักน้ำนั้นสั้นที่สุด และทำให้ความแตกต่างของปริมาณคลอรีนและไนเตรทในน้ำนั้นแตกต่างจากค่ามาตรฐานน้อยที่สุด

ตัวอย่างปัญหา และการประยุกต์เทคนิคกำหนดการเชิงเป้าประสงค์ในการแก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1

โรงงงานเยื่อกระดาษแห่งหนึ่งซึ่งบริหารงานในรูปสหกรณ์ วางแผนที่จะผลิตเยื่อกระดาษให้สามารถบรรลุวัตถุประสงค์ของสหกรณ์ กล่าวคือ ในแต่ละวันโรงงานจะต้องมีรายได้อย่างน้อย 40,000 USD และจะต้องจ้างแรงงานอย่างน้อย 300 คน รวมทั้งโรงงานจะต้องระมัดระวังในเรื่องมลพิษที่เกิดจากกระบวนการผลิตให้มีน้อยที่สุดไม่เกิน 400 BOD

โรงงานฯ มีข้อมูลเบื้องต้นเพื่อประกอบการตัดสินใจ ดังนี้

- โรงงานมีระบบการผลิตเยื่ออยู่ 2 ระบบ คือ การผลิตเยื่อด้วยกรรมวิธีทางเคมี (chemical pulp, CP) และไม่ใช้กรรมวิธีทางเคมี (mechanical pulp, MP)
- การผลิตเยื่อปริมาณ 1 ตัน ในแต่ละวันของแต่ละระบบจำเป็นต้องมีคนทำงาน 1 คน
- เยื่อที่ได้จากระบบการผลิตแบบ CP และแบบ MP มีประมาณ 200 USD ต่อตัน และ 100 USD ต่อตัน ตามลำดับ
- มลพิษที่เกิดจากการผลิตเยื่อ 1 ตัน โดยกรรมวิธีแบบ CP และ MP สามารถวัดได้โดยใช้หน่วย BOD (biological oxygen demand) เท่ากับ 1.5 และ 1 หน่วย ตามลำดับ
- ศักยภาพในการผลิตเยื่อต่อวันของกรรมวิธี CP และ MP คือ 200 และ 300 ตัน ตามลำดับ

จากปัญหาข้างต้น ใช้เทคนิคกำหนดการเชิงเป้าประสงค์แก้ไขปัญหาที่มีวัตถุประสงค์หลายอย่าง ดังนี้

สร้างสมการเป้าหมายของการผลิต ตามวัตถุประสงค์ ประกอบด้วย

1. ในแต่ละวัน โรงงานจะต้องมีรายได้อย่างน้อย 40,000 USD
   $200X + 100Y + R^- - R^+ = 40{,}000$ บาทต่อวัน
2. โรงงานจะต้องจ้างแรงงานอย่างน้อย 300 คน
   $X + Y + L^- - L^+ = 300$ คนต่อวัน
3. โรงงานจะต้องระมัดระวังเรื่องมลพิษที่เกิดจากการผลิตไม่เกิน 400 BOD
   $1.5X + Y + P^- - P^+ = 400$ BODต่อวัน

สร้างตัวแปรตัดสินใจ โดยกำหนดให้

X = ปริมาณการผลิตเยื่อจากระบบการผลิตแบบ CP (ตันต่อวัน)
Y = ปริมาณการผลิตเยื่อจากระบบการผลิตแบบ MP (ตันต่อวัน)
R^- = รายได้ที่ลดลงจากการผลิตตามเป้าหมาย (บาทต่อวัน)
R^+ = รายได้ที่เพิ่มขึ้นจากการผลิตตามเป้าหมาย (บาทต่อวัน)
L^- = แรงงานที่จ้างลดลงจากเป้าหมาย (คนต่อวัน)
L^+ = แรงงานที่จ้างเพิ่มขึ้นจากเป้าหมาย (คนต่อวัน)
P^- = ปริมาณมลพิษที่ลดลงจากเป้าหมาย (BODต่อวัน)
P^+ = ปริมาณมลพิษที่เพิ่มขึ้นจากเป้าหมาย (BODต่อวัน)

สมการวัตถุประสงค์

Minimum z = $R^- + R^+ + L^- + L^+ + P^- + P^+$

ข้อจำกัด

$200X + 100Y + R^- - R^+ = 40,000$

$X + Y + L^- - L^+ = 300$

$1.5X + Y + P^- - P^+ = 400$

$X <= 200$

$Y <= 300$

$X, Y, R^-, R^+, L^-, L^+, P^-, P^+ >= 0$

นำกำหนดการเชิงเส้นที่ได้ไปวิเคราะห์เพื่อทราบผลเฉลยโดยคอมพิวเตอร์ โดยโปรแกรม LINDO 6.1 ปรากฏผล ดังนี้

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 50.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
R-	0.000000	1.005000
R+	0.000000	0.995000
L-	0.000000	1.500000
L+	0.000000	0.500000
P-	50.000000	0.000000
P+	0.000000	2.000000
X	100.000000	0.000000
Y	200.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.005000
3)	0.000000	0.500000
4)	0.000000	-1.000000
5)	100.000000	0.000000
6)	100.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 5

จากผลการวิเคราะห์ดังกล่าว สามารถอธิบายได้ดังนี้

1. ค่าผันแปรต่ำสุดที่เกิดขึ้น เท่ากับ 50 ซึ่งมาจากค่าปริมาณมลพิษที่ลดลงจากเป้าหมาย (P^-) เท่ากับ 50 BOD ต่อวัน
2. ปริมาณการผลิตเยื่อด้วยกรรมวิธีทางเคมี (X) มีค่าเท่ากับ 100 ตันต่อวัน
3. ปริมาณการผลิตเยื่อโดยไม่ใช้กรรมวิธีทางเคมี (Y) มีค่าเท่ากับ 200 ตันต่อวัน

ตัวอย่างที่ 2

เจ้าของสวนป่ามีสวนป่ายูคาลิปตัสจำนวน 2 แปลง โดยแปลงที่ 1 มีเนื้อที่ 300 ไร่ แปลงที่ 2 เนื้อที่ 450 ไร่ โดยแปลงที่ 2 มีคุณภาพพื้นที่ดีกว่า ซึ่งผลผลิตของสวนป่าที่คาดว่าจะได้รับในช่วงเวลาจากปัจจุบันถึง 15 ปีข้างหน้า แบ่งเป็น 3 ช่วงระยะเวลา ดังแสดงในตาราง

ตาราง ผลผลิตในรูปปริมาตรไม้ที่ทำเป็นสินค้าได้ โดยประมาณไม้ยูคาลิปตัสในสวนป่า จำแนกตามแปลงและระยะคาบ

แปลง	เนื้อที่ (ไร่)	ผลผลิต (ตัน/ไร่)		
		คาบที่ 1	คาบที่ 2	คาบที่ 3
1	300	6.4	9.2	13.2
2	450	9.6	12.8	18.0

โดยเจ้าของต้องการเปลี่ยนจากสวนป่ายูคาลิปตัส เป็นสวนป่าไม้กระถินเทพา ภายในระยะเวลา 15 ปี โดยให้โครงสร้างของสวนป่าเมื่อสิ้นสุดระยะเวลาดังกล่าว ควรจะมีโครงสร้างสม่ำเสมอตามชั้นอายุ และประกอบด้วย 3 ชั้นอายุ นั่นคือ สวนป่าควรประกอบด้วยต้นไม้ที่มีอายุ 1-5 ปี 6-10 ปี และ 11-15 ปี ในสัดส่วนที่เท่ากันคือ 1 ใน 3 ของเนื้อที่ทั้งหมด พร้อมกันนี้ในช่วงที่ทำการเปลี่ยนโครงสร้างของสวนป่าให้เป็นสวนป่าไม้กระถินเทพา เจ้าของต้องการจะได้รับผลผลิตไม้ยูคาลิปตัสมากที่สุด (9,120 ตัน) ด้วย โดยมีเงื่อนไขว่าจะไม่ตัดไม้กระถินเทพาออกในช่วงที่เปลี่ยนโครงสร้างสวนป่า

จากตัวอย่างข้างต้น จะใช้เทคนิคกำหนดการเชิงเป้าประสงค์เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว ดังนี้

1. เพื่อให้ได้ปริมาณไม้ยูคาลิปตัสมากที่สุด 9,120 ตัน
2. เพื่อให้เกิดโครงสร้างเป็นสวนป่ากระถินเทพา 3 ชั้นอายุ เนื้อที่เท่ากัน

กำหนดตัวแปรตัดสินใจ ดังนี้

$X11$ = พื้นที่ทำไม้ (ไร่) ในแปลงที่ 1 คาบที่ 1
$X12$ = พื้นที่ทำไม้ (ไร่) ในแปลงที่ 1 คาบที่ 2
$X13$ = พื้นที่ทำไม้ (ไร่) ในแปลงที่ 1 คาบที่ 3
$X21$ = พื้นที่ทำไม้ (ไร่) ในแปลงที่ 2 คาบที่ 1
$X22$ = พื้นที่ทำไม้ (ไร่) ในแปลงที่ 2 คาบที่ 2
$X23$ = พื้นที่ทำไม้ (ไร่) ในแปลงที่ 2 คาบที่ 3
W^- = ปริมาณไม้ที่ลดลงจากเป้าหมาย (ตัน)
W^+ = ปริมาณไม้ที่เพิ่มขึ้นจากเป้าหมาย (ตัน)
$P1^-$ = พื้นที่ทำไม้ในคาบที่ 1 ที่ลดลงจากเป้าหมาย (ไร่)
$P1^+$ = พื้นที่ทำไม้ในคาบที่ 1 ที่เพิ่มขึ้นจากเป้าหมาย (ไร่)
$P2^-$ = พื้นที่ทำไม้ในคาบที่ 2 ที่ลดลงจากเป้าหมาย (ไร่)
$P2^+$ = พื้นที่ทำไม้ในคาบที่ 2 ที่เพิ่มขึ้นจากเป้าหมาย (ไร่)
$P3^-$ = พื้นที่ทำไม้ในคาบที่ 3 ที่ลดลงจากเป้าหมาย (ไร่)
$P3^+$ = พื้นที่ทำไม้ในคาบที่ 3 ที่เพิ่มขึ้นจากเป้าหมาย (ไร่)

สร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเป้าประสงค์ ดังนี้

สมการวัตถุประสงค์

Minimum Z = $W^- + W^+ + P1^- + P1^+ + P2^- + P2^+ + P3^- + P3^+$

ข้อจำกัด

1. เพื่อให้ได้ปริมาณไม้ยูคาลิปตัสมากที่สุด

$6.4X11 + 9.2X12 + 13.2X13 + 9.6X21 + 12.8X22 + 18X23 + W^- - W^+ = 9120$

2. เพื่อให้เกิดโครงสร้างเป็นสวนป่ากระถินเทพา 3 ชั้นอายุ เนื้อที่เท่ากัน

$X11 + X21 + P1^- - P1^+ = 250$

$X12 + X22 + P2^- - P2^+ = 250$

$X13 + X23 + P3^- - P3^+ = 250$

3. ข้อจำกัดด้านพื้นที่อื่นๆ

$X11 + X12 + X13 <= 300$

$X21 + X22 + X23 <= 450$

$X11, X12, X13, X21, X22, X23, W^-, W^+, P1^-, P1^+, P2^-, P2^+, P3^-, P3^+ >= 0$

นำกำหนดการเชิงเป้าประสงค์ที่ได้ไปวิเคราะห์เพื่อทราบผลเฉลยโดยคอมพิวเตอร์ โปรแกรม LINDO 6.1 ปรากฏผล ดังนี้

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 0

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.2842171E-13

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
W^-	0.000000	0.750000
W^+	0.000000	1.250000
$P1^-$	0.000000	0.000000
$P1^+$	0.000000	2.000000
$P2^-$	0.000000	0.700000
$P2^+$	0.000000	1.300000
$P3^-$	0.000000	2.000000
$P3^+$	0.000000	0.000000
X11	250.000000	0.000000
X12	50.000000	0.000000
X13	0.000000	0.300000
X21	0.000000	0.100000
X22	200.000000	0.000000
X23	250.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-0.250000
3)	0.000000	-1.000000
4)	0.000000	-0.300000
5)	0.000000	1.000000
6)	0.000000	2.600000
7)	0.000000	3.500000

NO. ITERATIONS= 0

จากผลการวิเคราะห์ดังกล่าว พบว่า ค่าต่ำสุดของความเบี่ยงเบนของปัญหานี้ เท่ากับ 0.28×10^{-13} หรือมีค่าใกล้เคียงศูนย์มาก ทั้งนี้ สามารถนำค่าตัวแปรตัดสินใจ (variable) มากำหนดแผนการทำไม้ในแต่ละแปลง แต่ละคาบ และแสดงผลการทำไม้ยูคาลิปตัสได้ ดังนี้

ตาราง แสดงพื้นที่ทำไม้ยูคาลิปตัส (ไร่) ในแต่ละคาบ

แปลง	เนื้อที่ (ไร่)	พื้นที่ทำไม้ (ไร่)		
		คาบที่ 1	คาบที่ 2	คาบที่ 3
1	300	250	50	-
2	450	-	200	250
รวม	750	250	250	250

ตาราง แสดงผลการทำไม้ยูคาลิปตัส (ตัน) ในแต่ละคาบ

แปลง	ปริมาณไม้รวม (ตัน)	ปริมาณไม้ (ตัน)		
		คาบที่ 1	คาบที่ 2	คาบที่ 3
1	2,060	1,600	460	-
2	7,060	-	2,560	4,500
รวม	9,120	1,600	3,020	4,500